

Tema 3. Mecánica de fluidos ideales

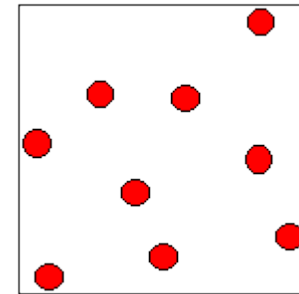
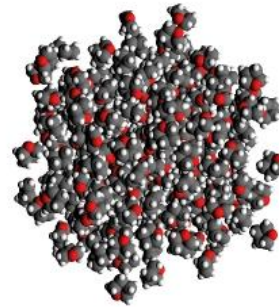
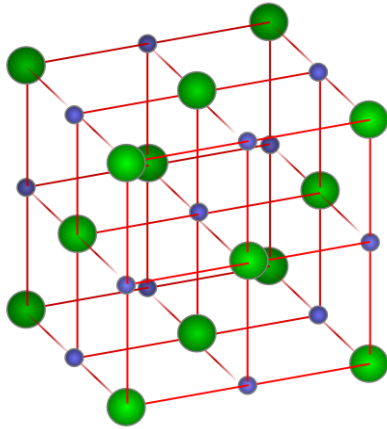
Elasticidad

Principio de Arquímedes

Estados de la materia

Sólido → líquido → gas

Balance a nivel molecular entre la energía potencial y la cinética



Transición entre sólido y líquido:
ELASTICIDAD



Elasticidad

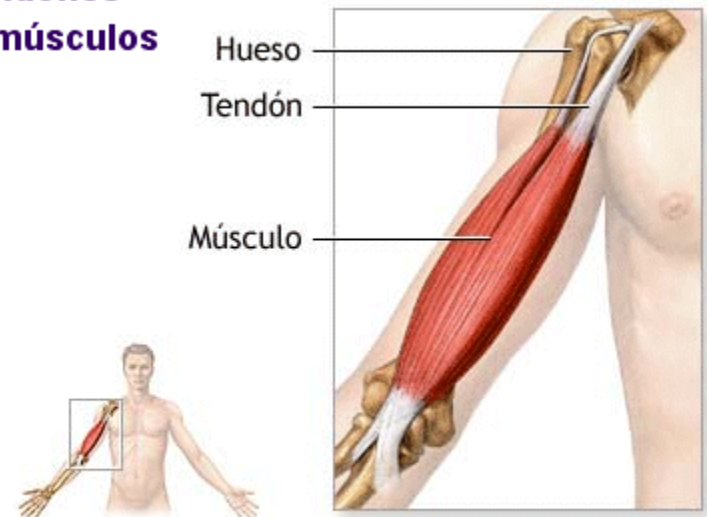
- Se aplica a materiales que tras una deformación vuelven a su estado inicial.

- Caso práctico: muelles

<http://www.acienciasgalilei.com/public/forobb/viewtopic.php?f=2&t=1483>

- Caso real: los tendones

Tendones y músculos



Los tendones conectan los músculos a sus orígenes e inserciones óseas.

Elasticidad

Ley de Hooke

Cuando estiramos o comprimimos un muelle, la fuerza recuperadora es directamente proporcional al cambio de longitud x respecto de la posición de equilibrio: $F = -k x$ siendo k una constante de proporcionalidad, denominada constante elástica del muelle. El signo menos en la ecuación anterior se debe a que la fuerza recuperadora es opuesta a la deformación.

Elasticidad

Ley de Hooke

La energía potencial correspondiente a la fuerza elástica es igual a:

$$E_p(x) = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

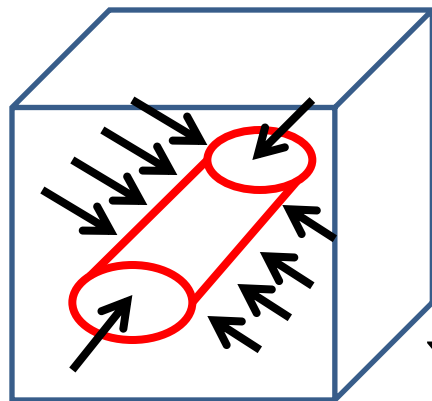
¿Qué nos dice el Principio de Conservación de la Energía Mecánica en este caso? ¿Dónde es máxima la energía cinética y dónde mínima?

El movimiento es oscilatorio (armónico simple) y su periodo, constante en el tiempo, depende de m y de k :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Fluidos en reposo

- Características del fluido
 - Densidad
 - Presión
 - Viscosidad (sólo fluidos reales)
- Propiedades básicas: equilibrio de presiones



$$\sum \vec{P}_i = 0$$

Principio de Pascal: "La presión aplicada a un líquido encerrado en un recipiente se transmite por igual a todos sus puntos y a las propias paredes del recipiente"

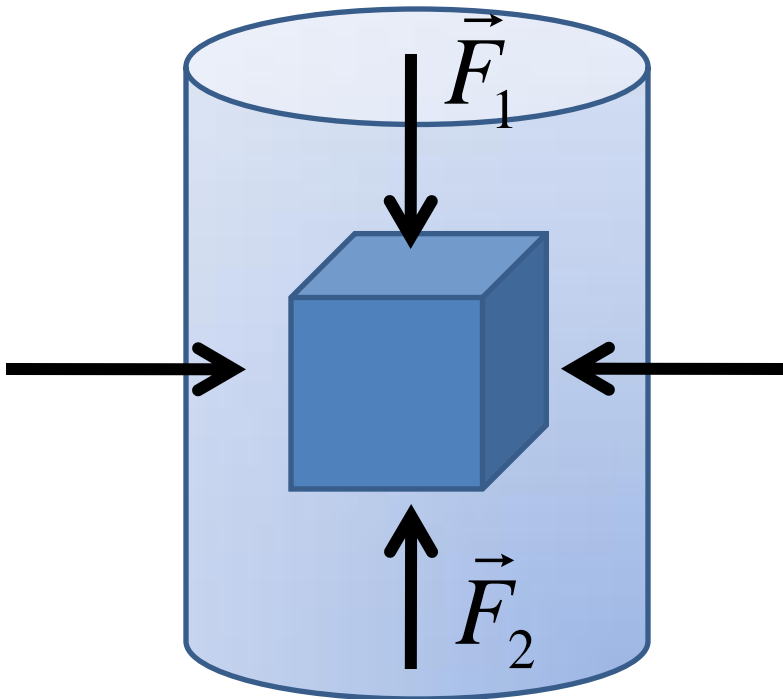
APLICACIÓN: PRENSA DE PASCAL

Presión de un fluido

- Unidades de presión:
 - En el Sistema Internacional (S.I.): Pascal (Pa) = N/m^2
 - En el CGS: Baria = dina/cm^2
 - En otros sistemas de unidades “naturales”:
 - Bar (bar) = 0,1 Pa
 - Milímetro de mercurio (mmHg)
 - Atmósfera (atm) = 101325 Pa = 1013,25 mbar = 760 mmHg
- Ejemplo: Prensa hidráulica. Calcular la fuerza que habría que realizar sobre el brazo de área 1m^2 para elevar un coche de 500 kg en el brazo de 10 m^2

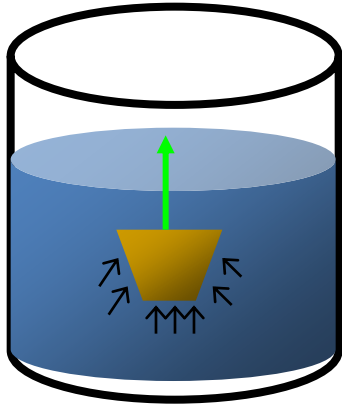
Fluidos en reposo

- Efecto de la gravedad sobre la presión del fluido



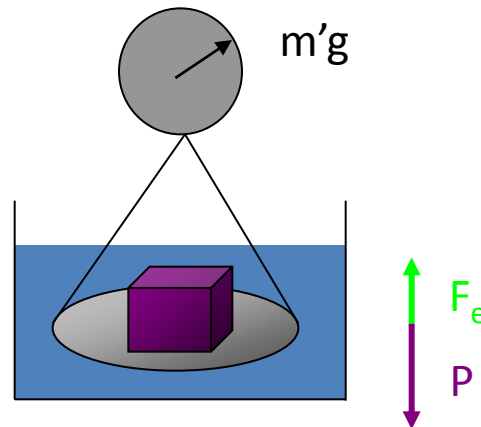
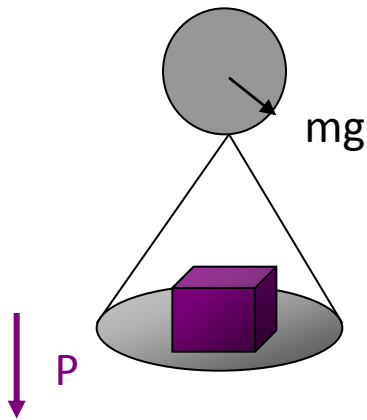
$$\vec{F}_2 = -(\vec{F}_1 + m\vec{g})$$
$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

Principio de Arquímedes



$$F_e = \rho_{\text{fluido}} \cdot V \cdot g$$

Medida de la densidad de un material



$$m' \cdot g = m \cdot g - F_e$$

$$m' \cdot g = (\rho - \rho_{\text{fluido}}) \cdot V \cdot g$$

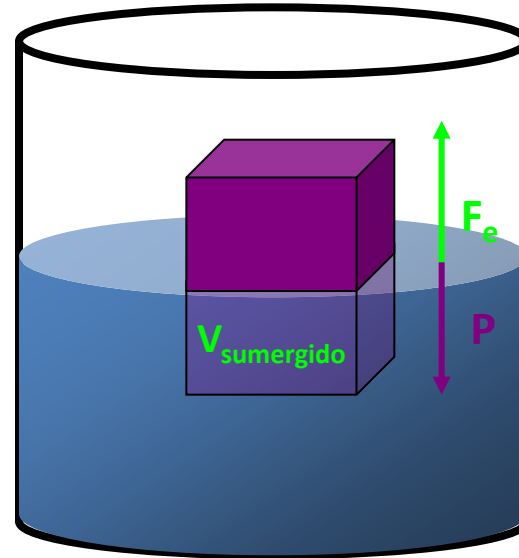
Principio de Arquímedes

$\rho < \rho_{\text{fluido}}$ -> el objeto flota

$$F_e = m \cdot g$$

$$\rho_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{sumergido}} = \rho \cdot V$$

$$\frac{V_{\text{sumergido}}}{V} = \frac{\rho}{\rho_{\text{fluido}}}$$



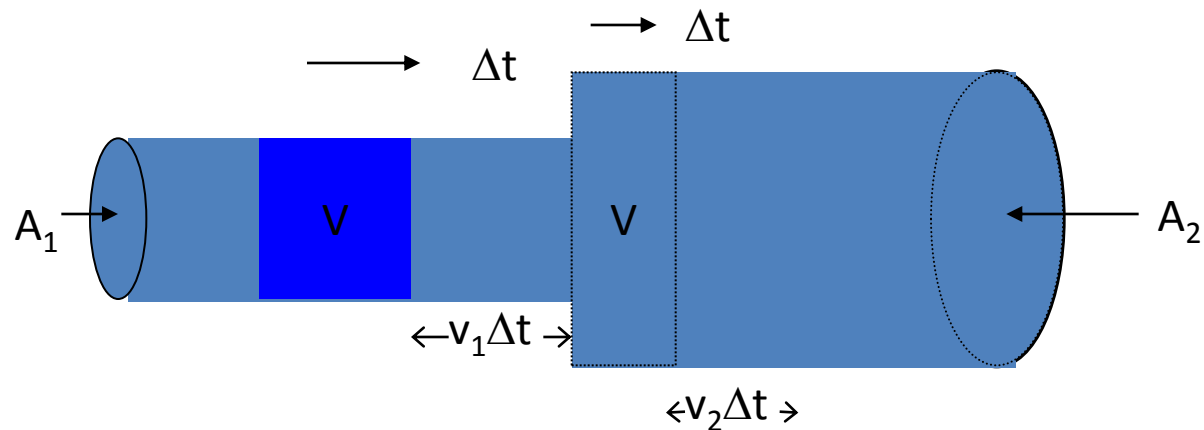
Fluidos ideales en movimiento

Contenidos:

- Ecuación de continuidad
- Ecuación de Bernoulli: efecto Venturi

Fluidos ideales: hipótesis

- Fluidos incompresibles (líquidos)
- Fluidos no viscosos (sin rozamiento): $v = \text{cte}$



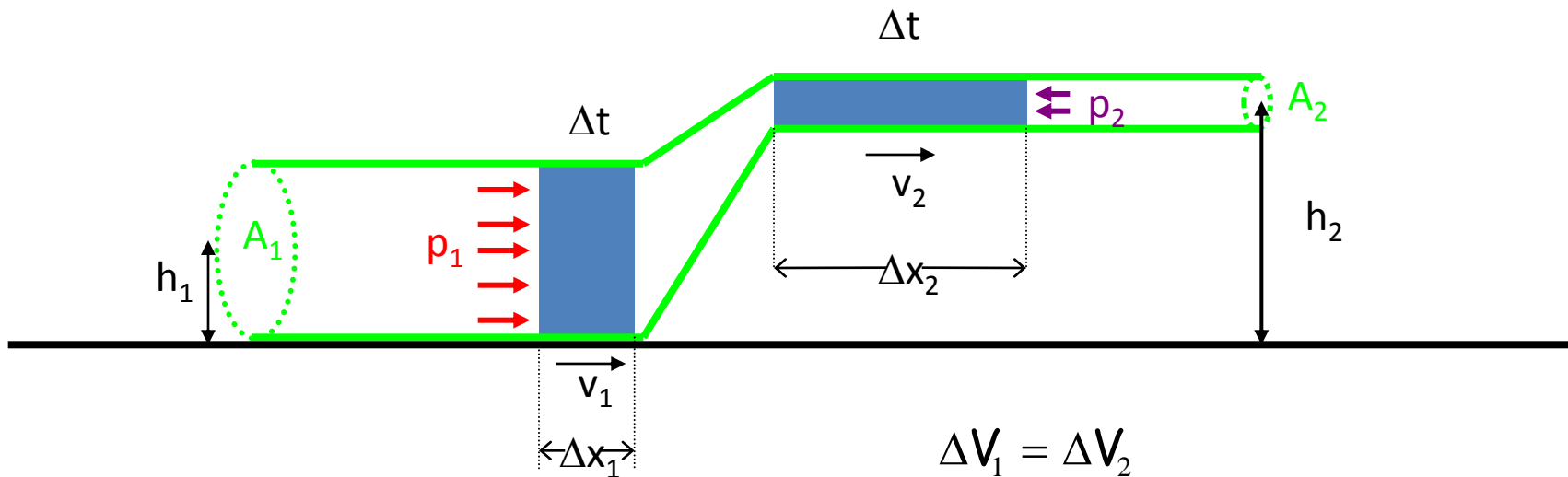
$$V_1 = V_2$$

$$v_1 \cdot \Delta t \cdot A_1 = v_2 \cdot \Delta t \cdot A_2$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad Q_1 = Q_2 \quad \longrightarrow \quad \text{ECUACIÓN DE CONTINUIDAD}$$

$$Q = \text{cte}$$

Ecuación de Bernoulli



$$W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1 = P_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 = P_1 \cdot \Delta V_1$$

$$W_2 = -F_2 \cdot \Delta x_2 = -P_2 \cdot A_2 \cdot \Delta x_2 = -P_2 \cdot \Delta V_2$$

$$\Delta W = W_{\text{total}} = W_1 + W_2 = P_1 \cdot \Delta V_1 - P_2 \cdot \Delta V_2$$

$$\Delta W = \Delta U + \Delta T$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

$$\Delta U = \Delta m \cdot g \cdot h_2 - \Delta m \cdot g \cdot h_1$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_1^2$$

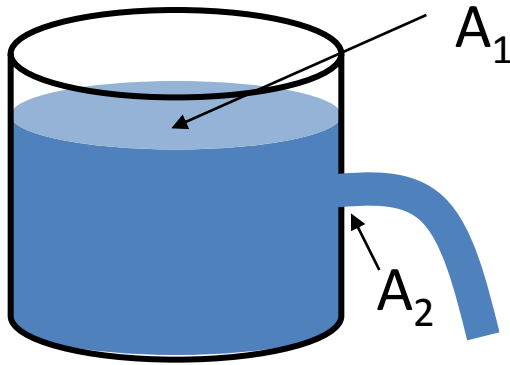
$$(P_1 - P_2) = \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$P + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{cte}$$

Ecuación de Bernoulli: casos particulares

- Ley de Torricelli



$$A_2 \ll A_1 \rightarrow v_2 \gg v_1$$

$$v_2 = \sqrt{2g\Delta h}$$

- Efecto Venturi



$$h_1 = h_2$$

$$v_1 < v_2 \rightarrow p_1 > p_2$$

Ejemplo 1

Un barril grande de altura H y área A_1 se llena con cerveza. La parte superior está abierta a la presión atmosférica. En la parte inferior hay una espita abierta de área A_2 , mucho menor que A_1 .

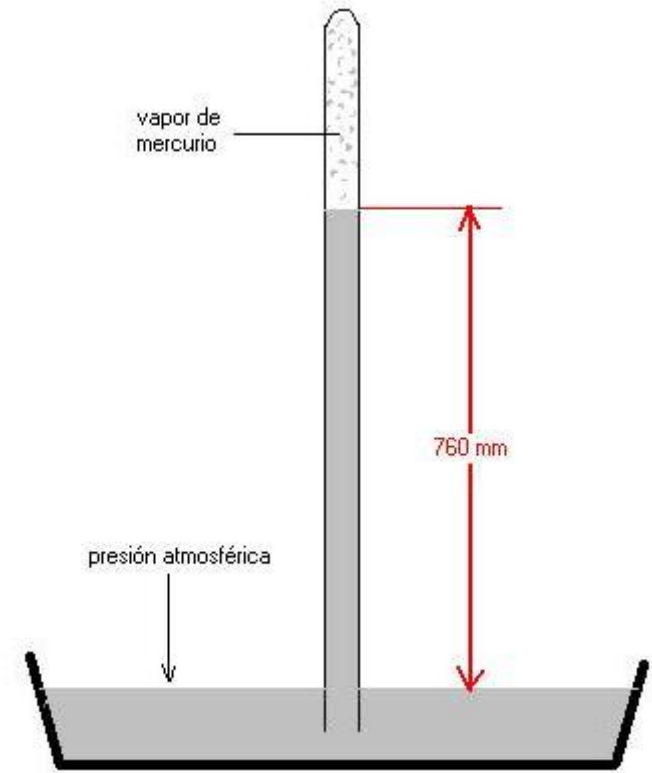
- Encontrar la velocidad a que la cerveza sale por la espita.
- Suponiendo válida la expresión de v obtenida en el apartado a), encontrar la variación de la altura de la cerveza en el barril (h) por unidad de tiempo.
- Calcular h en función del tiempo si para $t=0$ $h=H$.
- Hallar el tiempo total necesario para vaciar la cuba si $H=2$ m $A_1=0.8$ m² y $A_2= 10^{-4} A_1$.

Ejemplo 2

- En una arteria se ha formado una placa arteriosclerótica que reduce el área transversal a la quinta parte del valor normal. ¿En qué porcentaje disminuye la presión en el punto donde se ha producido este accidente vascular? (Datos: presión sanguínea media normal: 100 mm Hg, velocidad normal: 0.12 m/s, densidad de la sangre: 1056 kg/m^3 , $1 \text{ mmHg} = 133,32 \text{ Pa}$)

Ejemplo 3

- El manómetro de mercurio. Determinar la altura a la que asciende una columna de mercurio para equilibrar la presión atmosférica si la densidad del mercurio es $13,6 \text{ g/cm}^3$.



Ejemplo 4

- Si la situación límite para que una persona pueda respirar se produce cuando, tumbada boca arriba, soporta un peso sobre su pecho de 50 kg, calcular a qué profundidad puede seguir respirando si lo hace utilizando un tubo que va hasta la superficie del agua (1 atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa).